

## Chapitre VIII. Les diagrammes thermodynamiques

### Introduction.

Tout fluide (liquide ou gaz) à son état d'équilibre est caractérisé par des grandeurs thermodynamiques (variables d'état ou fonctions d'état) ( $P, V, T, U, H, S$ ).

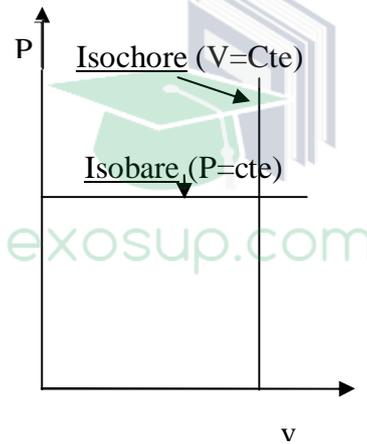
### Equation caractéristique d'un fluide.

Soit  $f(x, y, z) = 0$  avec  $x, y, z$  variables d'état. On peut mettre sous la forme  $z=f(x, y)$ . Donc dans le plan  $(x, y)$ , on peut tracer des courbes d'équation  $z = cte$ .

### VIII.1 : Diagramme de Clapyron (P, V).

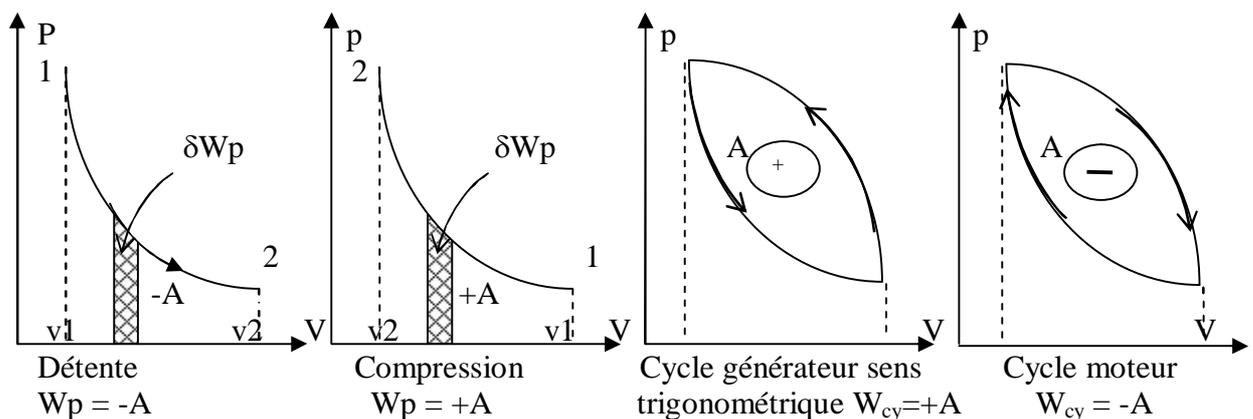
C'est un diagramme dans lequel on porte le volume en abscisse et la pression en ordonnée.

#### VIII.1.1 Représentation des isobares et isochores :



#### VIII.1.2 Représentation du travail de forces de pression.

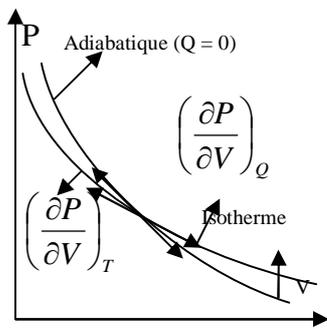
$$W_p = -\int_1^2 P.dV$$



VIII.1.3 : Représentation des isothermes et adiabatiques réversibles :

Les isothermes sont représentées par des courbes d'équation  $P.V = cte$  ou  $P = Cte / V$ .

Ce sont des hyperboles équilatères. Les adiabatiques sont représentées par des courbes d'équation  $P . V^\gamma = cte$  (voir chapitre gaz parfait).



$\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T$  : Pente au point M de la courbe qui représente la transformation isotherme.

$\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_Q$  : Pente au point M de la courbe qui représente la transformation adiabatique

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_Q = \gamma \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T \text{ avec } \gamma > 1$$

$$\left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_Q > \left(\frac{\partial P}{\partial V}\right)_T : \text{Fluide monophasique.}$$

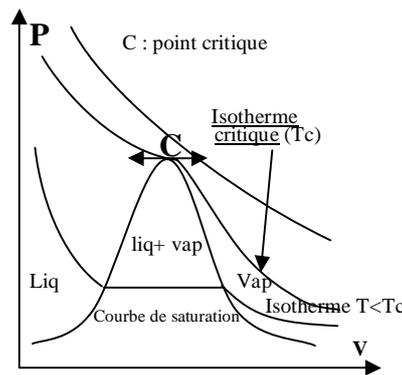
**Remarque :**

Les adiabatiques réversibles ont une forme compliquée à tracer, particulièrement pour des grandes variations de pression et de volume.

Exemple : Turbine à vapeur ( Pression à l'admission 20 Bars, Pression à l'échappement 0,02 Bars.

VIII.1.4 : Cas de la vapeur d'eau (fluide diphasique (Liq + Vap))

Permet de calculer le titre en vapeur



**Conclusion :**

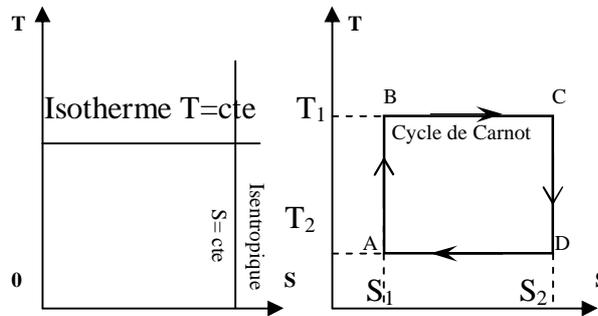
Le diagramme de ClapyRon est commode à utiliser pour des considérations et études théoriques.

Pour lire des valeurs numériques et faire des calculs on utilisera les diagrammes Entropique et Enthalpique

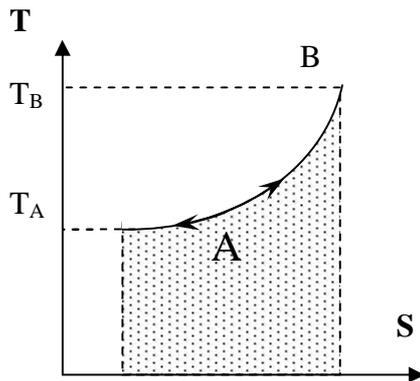
**VIII.2 : Diagramme entropique (T, S)**

Abscisse → Entropie  
Ordonnée → température.

**VIII.2.1 : Représentation des isothermes et isentropiques (adiabatiques et réversibles)**



**VIII.2.2 : Quantité de chaleur échangée**



$$dS = \frac{\delta Q_{rev}}{T} \quad (\delta iS = 0)$$

$$\delta Q_{rev} = T \cdot dS$$

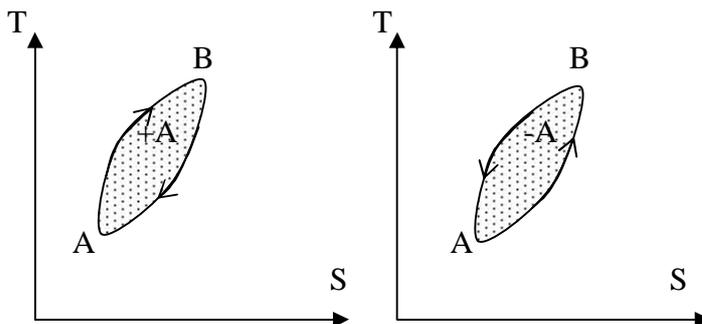
$$Q_{rev} = \int_A^B T \cdot dS$$

Transformation réversible de A → B  $Q_A^B = +A$

Transformation réversible de B → A  $Q_B^A = -A$

**Remarque :**

Analogie entre  $W = -\int_1^2 P \cdot dv$  dans le diagramme (p, v) et  $Q_{rev} = \int_A^B T \cdot dS$  dans le diagramme (T,S).



**Cas d'un cycle :**

$Q_{rev} = + A$  si le cycle est parcouru dans le sens d'une aiguille d'une montre.

$Q_{rev} = - A$  si le cycle est parcouru dans le sens trigonométrique.

$$W + Q = \Delta E = \Delta(U + Ec + Ep)$$

Pour un cycle réversible  $\Delta E = 0 \Rightarrow W_{rev} + Q_{rev} = 0 \rightarrow W_{rev} = -Q_{rev} = -(W_e)_{rev}$

Pour un cycle réversible, il y a donc équivalence entre l'aire mesurée sur le diagramme de Clapeyron et celle mesurée sur le diagramme entropique.

**VIII.2.3 : - Isochore et isobare d'un fluide à  $C_v$  et  $C_p$  constantes**

Isobare réversible  $\Rightarrow \delta Q_{rev} = C_p dT \quad (dp = 0) \Rightarrow dS = \delta Q_{rev} / T \quad \delta iS = 0$   
 $\Rightarrow dS = C_p (dT / T)$

$\Rightarrow S = C_p \ln(T) + Cte \Rightarrow \ln(T) = (S - Cte) / C_p \Rightarrow T = e^{\frac{S - Cte}{C_p}} = k \cdot e^{\frac{S}{C_p}}$

Isochore réversible  $\Rightarrow \delta Q_{REV} = C_v dT \quad (dV = 0) \Rightarrow$

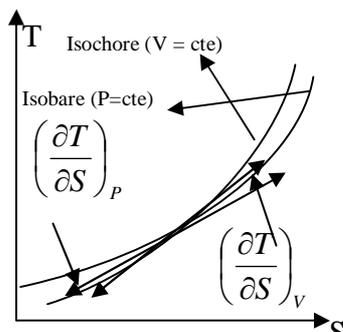
$dS = \frac{\delta Q_{rev}}{T} = C_v \frac{dT}{T} \Rightarrow S = C_v \ln T + Cte \Rightarrow T = k' e^{\frac{S}{C_v}}$

Les transformations isobares et isothermes réversibles sont représentées dans le diagramme (T.S) par des exponentielles.

**VIII.2.4 : Représentation de l'isobare et de l'isochore sur le diagramme (T, S)**

Plaçons nous en un point M du diagramme (T, S) et cherchons à situer l'isobare (l'isochore) en ce point.

Soient  $\left(\frac{dT}{dS}\right)_V$  et  $\left(\frac{dT}{dS}\right)_P$  les pentes des tangentes à l'isobare et à l'isochore du point M arbitraire du diagramme (T, S).



$$T = k e^{\frac{S}{C_p}} \Rightarrow \left(\frac{dT}{dS}\right)_P = \frac{k}{C_p} e^{\frac{S}{C_p}} = \frac{T}{C_p} \left(\frac{dT}{dS}\right)_V = \frac{C_p}{C_v} = \gamma > 1$$

$$T = k' e^{\frac{S}{C_v}} \Rightarrow \left(\frac{dT}{dS}\right)_V = \frac{k'}{C_v} e^{\frac{S}{C_v}} = \frac{T}{C_v} \left(\frac{dT}{dS}\right)_P$$

$\Rightarrow \left(\frac{dT}{dS}\right)_V = \gamma \left(\frac{dT}{dS}\right)_P$  La tangente (à l'isochore) est toujours supérieure à la tangente (à l'isobare) en ce point M

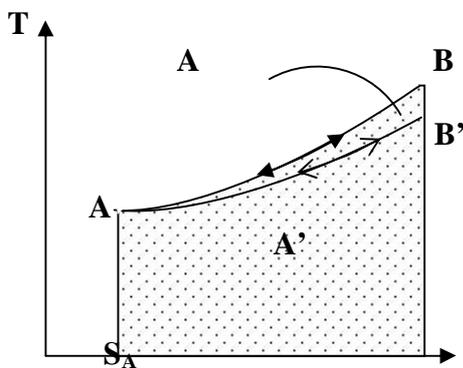
Ce résultat reste encore valable même si  $C_p$  et  $C_v$  ne restent pas constantes.

**Cas des transformations irréversibles.**

Une transformation réelle ne peut pas être en toute rigueur représentée dans un diagramme thermodynamique, car les états intermédiaires ne sont pas des états d'équilibre. Il est important de noter que la courbe ainsi tracée n'a pas les mêmes propriétés que dans le cas des transformations réversibles.

$$dS = \frac{\delta Q_{irr}}{T} + \delta iS \quad (\delta iS > 0) \Rightarrow \delta Q_{irr} = TdS - T \delta iS \Rightarrow \int_A^B \delta Q_{irr} = Q_{irr} = \int_A^B TdS - \int_A^B T \delta iS$$

$$Q_{irr} = A - \int_A^B \underbrace{T \delta iS}_{>0} \Rightarrow Q_{irr} < A$$



Transformation réversible de :

$$A \rightarrow B \quad Q_A^B = +A$$

$$B \rightarrow A \quad Q_B^A = -A$$

Transformation irréversible de :

$$A \rightarrow B' \quad Q_{irr}^{AB'} = +A' < A$$

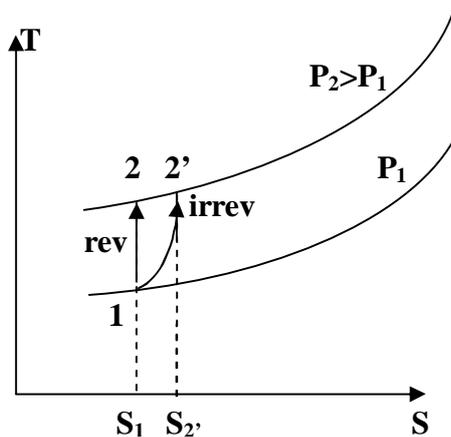
$$B' \rightarrow A \quad Q_{irr}^{B'A} = -A'; (A' < A)$$

**VIII.2.5 : Représentation d'une compression et une détente adiabatique.**

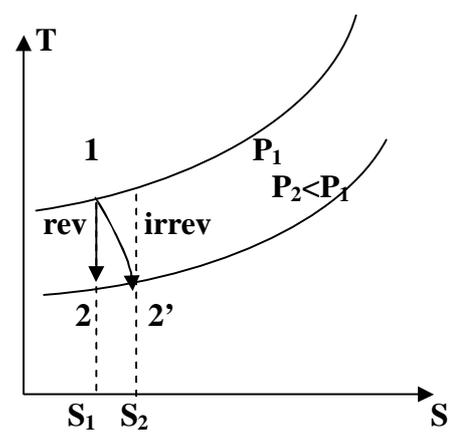
$$dS = \frac{\delta Q}{T} + \delta iS \quad (\delta iS > 0)$$

Adiabatique  $\Rightarrow \delta Q=0 \Rightarrow Q=0 \Rightarrow \Delta S = \int_A^B \delta iS > 0$   $\Delta S$  ne peut qu'évoluer ( $\nearrow$ ).

On représente donc les transformations adiabatiques par des courbes toujours dirigées vers le sens des entropies croissantes.



Compression adiabatique



Détente adiabatique

**Rendement isentropique.**

Compression adiabatique  $(\eta_s)_c = (WT_{rev}) / (WT_{irr})$  avec  $0 < \eta_{s_c} < 1$

Détente adiabatique  $(\eta_s)_d = (WT_{irr}) / (WT_{rev})$  avec  $0 < \eta_{s_d} < 1$ .

1<sup>er</sup> principe de la thermodynamique donne :  $W_T + Q = \Delta H + \Delta Ec + \Delta Ep$   
 $(Q, \Delta Ec, \Delta Ep \cong 0)$

$$\Rightarrow \boxed{W_T = \Delta H}$$

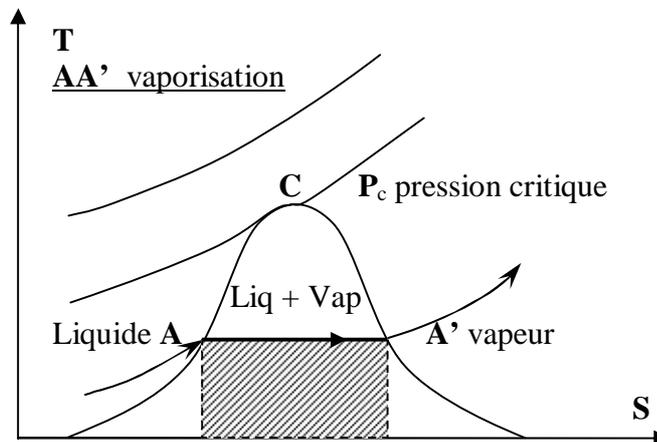
$$\left. \begin{array}{l} W_{T_{rev}} = H_2 - H_1 \\ W_T = H'_2 - H_1 \end{array} \right\} \text{Compression} \Rightarrow \eta_{is.c} = \frac{H_2 - H_1}{H'_2 - H_1}$$

$$\left. \begin{array}{l} W_{T_{rev}} = H_2 - H_1 \\ W_T = H'_2 - H_1 \end{array} \right\} \text{Détente} \Rightarrow \eta_{is.d} = \frac{H_1 - H'_2}{H_1 - H_2}$$

Cas des gaz calorifiquement parfaits ( $C_p = cte$ )  $\Rightarrow H = mC_pT + cte$

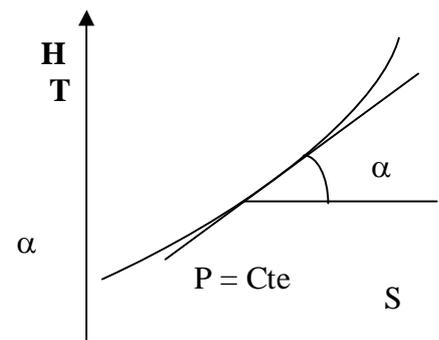
$$\boxed{\eta_{is.c} = \frac{T_2 - T_1}{T'_2 - T_1}} \quad \boxed{\eta_{is.d} = \frac{T_1 - T'_2}{T_1 - T_2}}$$

**VIII.2.6 : Cas de la vapeur d'eau ou fluide diphasique.**



**VIII.3 : Diagramme Enthalpie - Entropie (H, S).**

Ordonnée  $\rightarrow$  Enthalpie (H)  
 Abscisse  $\rightarrow$  Entropie (S)



Dans le cas d'une transformation isobare ( $p = cte$ ) on à :

$$\delta Q_P = dH \text{ ou } Q_p = \Delta H$$

$$dS = \delta Q_{rev}/T \Rightarrow \delta Q_{rev} = T.dS \Rightarrow \delta Q_P = \delta Q_{rev} = dH = T.dS. \Rightarrow$$

$$\left( \frac{dH}{dS} \right)_P = T$$

Le coefficient angulaire de la tangente à une isobare est égal à la température thermodynamique.

**1 : Cas d'un gaz parfait :**

$$dH = C_p.dT \quad H = f(T) \rightarrow \left( \frac{\partial H}{\partial P} \right)_T = \left( \frac{\partial H}{\partial V} \right)_T = 0$$

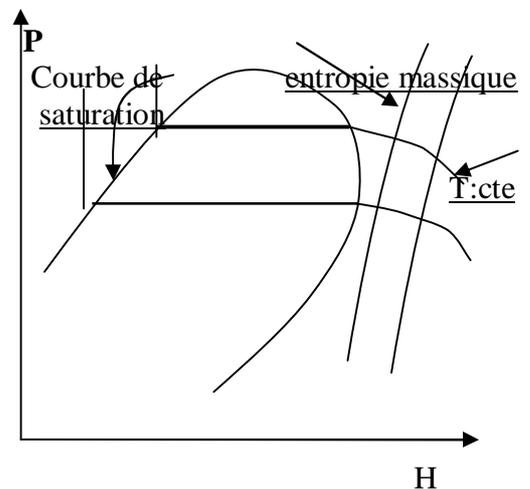
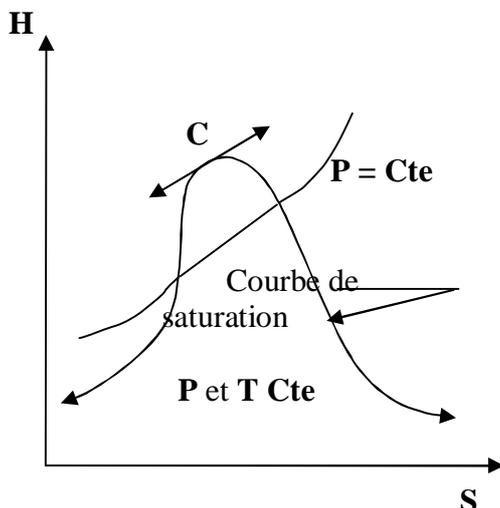
Si  $C_p = Cte \Rightarrow H = C_p T + Cte$

Le diagramme ( $H, S$ ) s'identifie au diagramme entropique à un changement de l'échelle des ordonnées près.

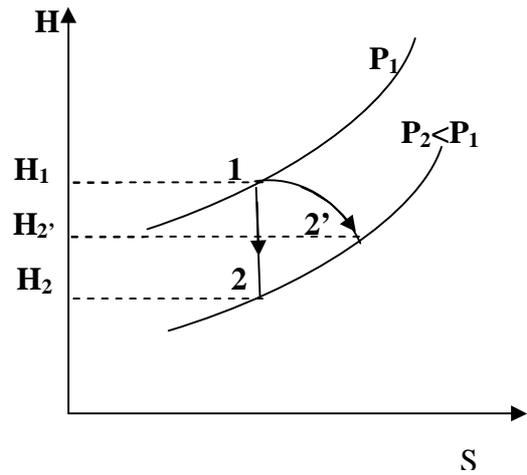
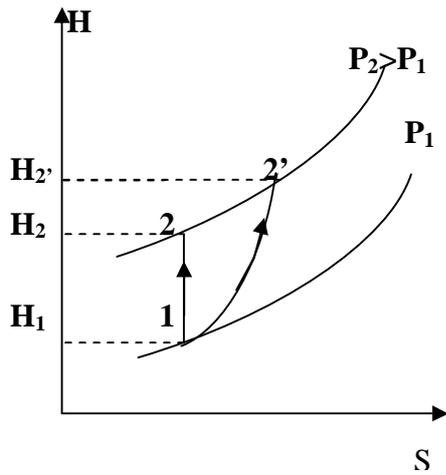
Si  $C_p$  et  $C_v \neq Cte$ , les isothermes sont toujours parallèles à l'axe des entropies ( $S$ ), mais leur écartement varie (croît avec la température puisque  $C_p$  augmente avec  $T$ ).

**2 : Cas d'un mélange liquide – vapeur (diagramme de MOLLIER).**

Ces diagrammes sont utilisés pour l'étude des machines thermiques en particulier les machines frigorifiques. A l'intérieur de la courbe de saturation, les isobares confondues avec les isothermes sont des droites inclinées. On peut également porter les pressions en ordonnée et l'enthalpie en abscisse pour représenter l'état d'un fluide. Un tel diagramme est surtout utilisé pour l'étude des machines frigorifiques.



3- Cas d'une compression ou d'une détente adiabatique irréversibles



$1 \rightarrow 2$  : réversible.

$1 \rightarrow 2'$  : irréversible.

Rendement isentropique :

Compression

$$(\eta_s)_c = \frac{H_2 - H_1}{H_{2'} - H_1}$$

Détente :

$$(\eta_s)_d = \frac{H_1 - H_{2'}}{H_1 - H_2}$$

**Fin du chapitre**